

## 6.2.7 Princip neurčitosti

### Předpoklady: 6206

Minulá hodina: Elektron se chová jako částice, ale při průchodu dvojštěrbinou projevuje interferenci  $\Rightarrow$  zdá se, že neplatí předpoklad, že elektron letí buď otvorem 1 nebo otvorem 2.

### Sledování elektronů

Nápad: Světlo se rozptyluje na elektronech  $\Rightarrow$  můžeme zezadu svítit na dvojštěrbinu. Když přes ní elektron projde, světlo se na něm rozptýlí a budeme moci určit, kterým otvorem elektron prošel.

Potřebujeme:

- krátkou vlnovou délku světla (kvůli rozlišovací schopnosti),
- dostatečnou intenzitu světla (v každém okamžiku se u dvojštěrbiny musí nacházet foton).

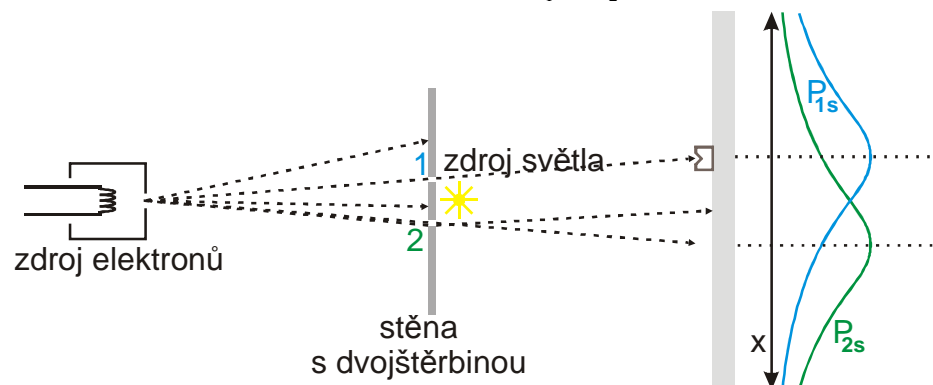
Výsledky:

Vždy, když detektor zachytí elektron, uvidíme záblesk buď v blízkosti otvoru 1 nebo v blízkosti otvoru 2, nikdy se nezableskne u obou otvorů současně  $\Rightarrow$  zdá se, že platí předpoklad (kterého jsme se už vzdali), že elektron letí buď otvorem 1 nebo otvorem 2.

Jak tedy dochází k interferenci?

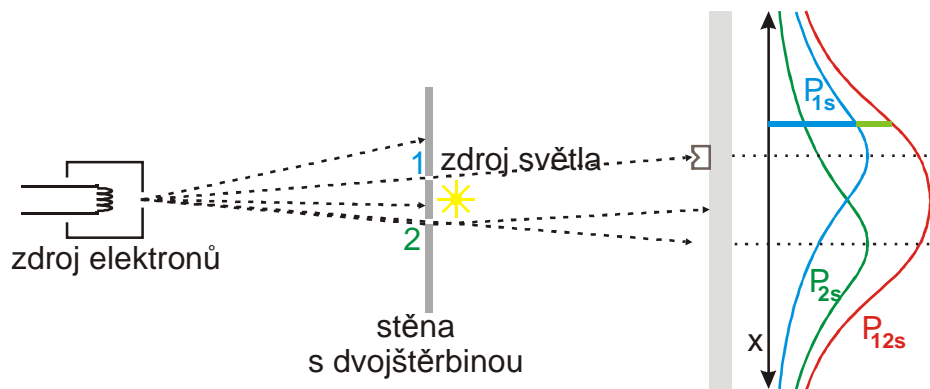
U každého zachyceného elektronu budeme zapisovat, zda se zablesklo (a on tedy prošel) otvorem 1 nebo otvorem 2  $\Rightarrow$  získáme křivky, které zachycují pravděpodobnost dopadu elektronu při otevření obou otvorů pro elektrony, které prošly otvorem 1 (křivka  $P_{1s}$ ) nebo otvorem 2 (křivka  $P_{2s}$ ).

Křivky jsou naprosto stejné jako křivky  $P_1$  a  $P_2$  v původním pokusu bez světla.



Jak vypadá křivka  $P_{12s}$  pro celkovou pravděpodobnost?

Stačí dát oba částečné výsledky dohromady (žádný elektron neprošel jinudy než jedním z obou otvorů a u všech tedy známe místo dopadu)  $\Rightarrow$  pro osvětlené (a odhalené) elektrony jsme získali křivku  $P_{12s}$ , stejnou s křivkou  $P_{1,2}$  pro kulky.



Jak je možné, že se osvětlené elektrony chovají jinak než elektrony, které nesledujeme? Srážka elektronu s fotonem zřejmě ovlivní další směřování elektronu a tedy i místo, kam dopadne.

Jak vliv světla zmenšit?

### Zmenšení intenzity

Postupně zmenšujeme intenzitu osvětlení (počet fotonů)  $\Rightarrow$  záblesky na odhalených elektronech se nemění, stále mají stejnou intenzitu, ale postupně přibývá elektronů, které dopadnou na detektor, aniž by způsobily záblesk (snížením intenzity světla jsme snížili počet fotonů, pokud jich je příliš málo, může se stát, že v okamžiku, kdy elektron prochází otvorem, se poblíž nenachází žádný foton, který by se mohl na elektronu rozptýlit. U těchto elektronů nezjistíme, kterým otvorem prošly).

Můžeme rozdělit elektrony do tří skupin:

- Elektrony, které prošly otvorem 1 (rozdělení pravděpodobnosti  $P_{1s}$ ),
- Elektrony, které prošly otvorem 2 (rozdělení pravděpodobnosti  $P_{2s}$ ),
- Elektrony, které jsme nezachytili a u kterých nevíme, jak prošly dvojtěrbinou (rozdělení pravděpodobností  $P_{12}$ , tedy stejné jako u elektronů, které procházejí dvojtěrbinou, na kterou nesvítíme).

S příčinami interference jsme se nedostali jsme se ani o krůček dál:

- u elektronů, které rozptýlily světlo (o víme o nich, kudy prošly dvojtěrbinou), interference nenastává,
- u elektronů, které světlo nerozptýlily (a nevíme o nich, jak dvojtěrbinou prošly), interferenci pozorujeme (ale nevíme, jak k ní dochází).

### Zvětšení vlnové délky

Energie fotonů souvisí s jejich vlnovou délkou  $\Rightarrow$  zkusíme prodlužovat vlnovou délku světla (větší vlnová délka  $\Rightarrow$  menší ovlivnění elektronu).

Prodlužování vlnové délky  $\Rightarrow$  rozmazávání záblesku (velikost detailů, které můžeme rozlišit odpovídá vlnové délce), výsledky beze změny (interference se neprojevuje).

Ve chvíli, kdy se záblesk rozmaže natolik, že přestaneme být schopni rozlišit, kterým otvorem elektron proletěl, se začne měnit rozložení pravděpodobnosti (začne se objevovat interference).

Křivku  $P_{12}$  získáme až ve chvíli, kdy vlnová délka světla bude daleko větší než vzdálenost mezi otvory (a když už nebudeme mít žádnou šanci zjistit, kterým otvorem elektron proletěl).

⇒ Není možné nastavit světlo takovým způsobem, abychom určili, kterým otvorem elektron letěl a zároveň zůstala zachována interference v rozložení pravděpodobnosti.

**Heisenbergův princip neurčitosti** (chrání interferenci v kvantové mechanice) pro náš pokus: Nelze sestavit takové zařízení, abychom dokázali určit, kterým otvorem elektron proletěl a zároveň se neporušil interferenční obraz.

### Heisenbergův princip neurčitosti

**Nepřesnost, se kterou můžeme najednou určit hodnoty některých dvojic veličin, není možné libovolně zmenšovat.**

**Konkrétně:**  $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$ , kde  $\hbar$  je redukovaná Planckova konstanta  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ .

Co znamená zápis  $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$ ?

Součin nepřesnosti určení  $x$ -ové složky polohy a hybnosti u libovolného objektu je větší než  $\frac{\hbar}{2}$ . U tenisového míčku nehraje nepřesnost  $\frac{\hbar}{2}$  roli, ale u elektronu nám spolehlivě brání pracovat s ním klasicky.

Princip neurčitosti:

- platí i pro ostatní směry:  $\Delta y \cdot \Delta p_y \geq \frac{\hbar}{2}$ ,  $\Delta z \cdot \Delta p_z \geq \frac{\hbar}{2}$ ,
- platí i pro jiné dvojice veličin:  $\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$ ,  $\Delta l_x \cdot \Delta l_y \geq \frac{\hbar}{2}$ .

Co princip neurčitosti znamená?

Čím přesněji známe polohu částice, tím méně můžeme vědět o její hybnosti (rychlosti).

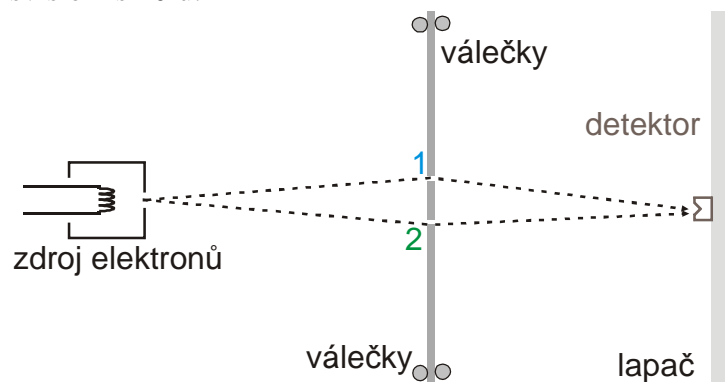
Prakticky: Chytíme elektron do dlaní. Tím jsme omezili jeho možnou polohu ⇒ elektron se nám v dlaních začne škubat (aby neurčitost jeho hybnosti byla dostatečná pro splnění relace neurčitosti).

Začneme dlaně svírat ⇒ prostor pro elektron se zmenšuje ⇒ zmenšuje se neurčitost jeho polohy ⇒ musí se zvětšovat neurčitost jeho hybnosti ⇒ elektron se více škube.

Čím více elektron v dlaních svíráme (a čím méně má místa), tím více se elektron škube.

Jiný nápad, jak určit dráhy elektronů při průchodu přes dvojštěbinu.

Umístíme desku s dvojštěbinou na velice jemné válečky, ve kterých se může pohybovat ve svislém směru.



- Pokud elektron projde do detektoru otvorem 1, musí se od dvojštěrbiny odrazit směrem dolů  $\Rightarrow$  odstrčí dvojštěrbinu směrem nahoru  $\Rightarrow$  po zachycení elektronu v detektoru zjistíme, že se dvojštěrbina pohybuje směrem nahoru.
- Pokud elektron projde do detektoru otvorem 2, musí se od dvojštěrbiny odrazit směrem nahoru  $\Rightarrow$  odstrčí dvojštěrbinu směrem dolů  $\Rightarrow$  po zachycení elektronu v detektoru zjistíme, že se dvojštěrbina pohybuje směrem dolů.

Pro libovolnou polohu detektoru můžeme ze změny hybnosti stěny s dvojštěrbinou poznat, kterým otvorem elektron proletěl (aniž bychom na něj jakkoliv působili).

**Př. 1:** Rozhodni, jak princip neurčitosti zabrání vystopovat průchod elektronu přes dvojštěrbinu v upraveném pokusu (dvojštěrbina na válečkách).

Pokud chceme vystopovat průchod elektronu přes dvojštěrbinu, musíme znát s obrovskou přesností najednou:

- polohu stěny (abychom věděli, jakým směrem se elektron musí od stěny vydat k detektoru)
- hybnost stěny (abychom dokázali zaregistrovat malou změnu hybnosti stěny způsobenou odrazem elektronu od otvoru).

Přesnost, se kterou můžeme najednou tyto veličiny naměřit je omezena principem neurčitosti

$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$  a zřejmě je menší než bychom potřebovali pro vystopování elektronu (buď nebudeme dost přesně vědět, jak byly umístěny otvory, nebo jak se změnila hybnost stěny).

**Př. 2:** Urči neurčitost rychlosti elektronu, jestliže neurčitost jeho polohy je  $3,3 \cdot 10^{-10}$  m. Jaká by byla neurčitost rychlosti kulky o hmotnosti 3 g při stejné neurčitosti polohy?

Musí být splněna nerovnost  $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$ .

Předpokládáme, že hmotnost elektronu ani kulky se nemění  $\Rightarrow \Delta p = m\Delta v$ .

$$\Delta x \cdot m\Delta v \geq \frac{\hbar}{2} = \frac{h}{2 \cdot 2\pi}$$

$$\Delta v \geq \frac{h}{4\pi m \cdot \Delta x}$$

$$\text{Elektron: } \Delta v \geq \frac{h}{4\pi m \cdot \Delta x} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{4\pi \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 3,3 \cdot 10^{-10}} \text{ m/s} = 175000 \text{ m/s}.$$

$$\text{Kulka: } \Delta v \geq \frac{h}{4\pi m \cdot \Delta x} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{4\pi \cdot 0,003 \cdot 3,3 \cdot 10^{-10}} \text{ m/s} = 5,32 \cdot 10^{-23} \text{ m/s}.$$

Z předchozího příkladu vidíme, že zatímco u kulky se neurčitost v poloze  $3,3 \cdot 10^{-10}$  m (odpovídající vlnové délce elektronů a tedy i potřebné vzdálenost štěrbin, na kterých by pokus s interferencí elektronů mohl probíhat) příliš neprojevívá (neurčitost rychlosti  $5,32 \cdot 10^{-23}$  m/s je velmi malá), u elektronu při takto přesně určené poloze nemáme prakticky žádnou informaci o rychlosti (neurčitost 175000 m/s je obrovská).

**Důsledek principu neurčitosti: V kvantové mechanice nemůžeme předpovídat přesný pohyb konkrétní částice, ale pouze pravděpodobnosti.**

Co se tedy děje s elektronem při průchodu dvojtěrbínou? Prochází elektron buď otvorem 1 nebo otvorem 2?

Musíme uvažovat zvláštně:

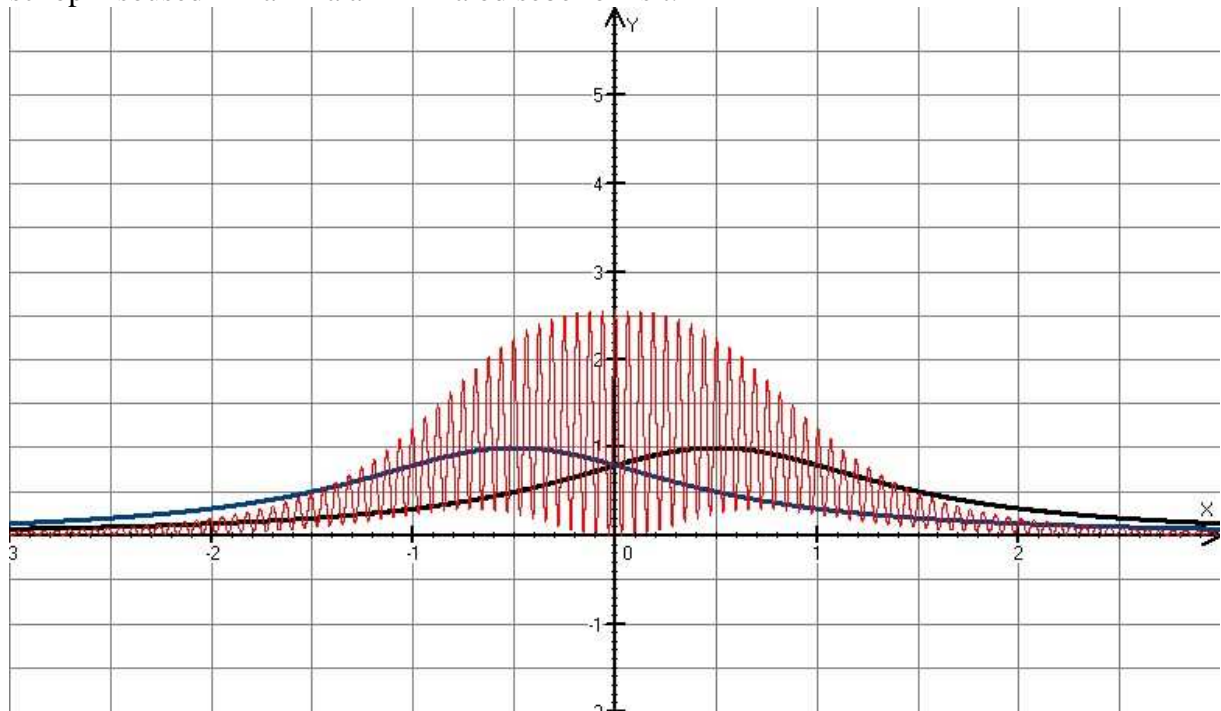
- Jestliže existuje zařízení, které umožňuje určit, zda elektron prošel otvorem 1 nebo otvorem 2, můžeme říci, že elektrony procházejí buď otvorem 1 nebo otvorem 2 (a nenaměříme interferenci).
- Jestliže nemáme zařízení, které umožňuje určit, zda elektron prošel otvorem 1 nebo otvorem 2, nemůžeme říci, že elektrony procházejí buď otvorem 1 nebo otvorem 2 (a naměříme interferenci).

**Př. 3:** Elektrony (a ostatní mikročástice) musíme popisovat pomocí vln, kulky ze samopalu jsou složeny z těchto částí. Proč nepozorujeme interferenci také u kulek?

De Broglieho vztah pro vlnovou délku částice:  $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \Rightarrow$  čím těžší je částice, tím kratší

je její vlnová délka  $\Rightarrow$  stejný interferenční obraz získáme při daleko menší vzdálenosti štěrbin,

Při stejné vzdálenosti štěrbin vznikne interferenční obraz s takovou hustotou, že nejsme schopni sousední maxima a minima od sebe rozlišit.



Zákony kvantové mechaniky fungují podobně jako vzorce speciální teorie relativity: **Při zvětšování hmotnosti a rozměrů pozorovaných objektů (objekty se přibližují naší zkušenosti) se výsledky předpovídané kvantovou teorií přibližují těm, které předpokládá klasická fyzika** (podobně se přibližují předpovědi STR klasické zkušenosti při snižování rychlosti pozorovaných soustav).

Tuto skutečnost nazýváme **princip korespondence**.

**Př. 4:** Jedním z největších problémů klasické fyziky bylo vysvětlení stability atomů (proč se elektrony nezhroutí do jádra). V Bohrově modelu atomu byla stabilita zaručena tím, že elektrony mohou existovat pouze v určitých stavech. Jejich stanovení bylo

však značně účelové. Daleko principiálnější příčinou stability atomů je existence relací neurčitosti. Zkus kvalitativně vysvětlit, proč se kvůli relaci neurčitosti

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2} \text{ elektron nezhroutí do jádra.}$$

Kdyby elektron kroužil po spirále do jádra, zmenšovala by se neurčitost jeho polohy  $\Rightarrow$  musela by se zvětšovat neurčitost v jeho hybnosti  $\Rightarrow$  rostla by jeho kinetická energie (rychlost pohybu).

Elektron se snaží zaujmout stav, ve kterém má minimální energii. S přibližováním klesá potenciální energie a roste kinetická energie  $\Rightarrow$  pokud je pokles potenciální energie pomalejší než nárůst kinetické energie, elektron se nepřibližuje blíže k jádru a zaujme takovou pozici, aby jeho energie byla minimální (pokles potenciální energie při dalším přiblížení jádru by byl menší než nárůst kinetické energie kvůli zvyšování neurčitost hybnosti).

**Shrnutí:** Princip neurčitosti omezuje naše teoretické možnosti měřit veličiny v mikrosvětě.